

EXAMENUL DE BACALAUREAT - 2026

Simulare județeană

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$ *Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. TÊTEL

(30 pont)

- 5p 1. Adott az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány, amelyben $a_2 + a_6 = 26$. Mutasd ki, hogy $a_4 = 13$.
- 5p 2. Adottak az $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2, g(x) = x^2 - 6$ függvények. Határozd meg az $f \circ g$ függvény grafikonjának az Ox tengellyel való metszéspontjait!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ egyenletet!
- 5p 4. Egy laboratóriumban 8 kutató dolgozik, akik közül 5 biológus és 3 vegyész. Hányféleképpen alakíthatók ki olyan 5 kutatóból álló kutatócsoportok, akik közül 2 vegyész?
- 5p 5. Számítsd ki $\operatorname{tg} x, x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ értékét, ha tudjuk, hogy $\sin x = \frac{2}{3}$.
- 5p 6. Legyen ABC egy egyenlő szárú háromszög, amelyben $AB = AC = 10$ és $BC = 12$. Számítsd ki háromszög köré írt kör sugarát?

II. TÊTEL

(30 pont)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ és $B(a) = A + aI_2, a \in \mathbb{R}$ mátrix.
- 5p a) Igazold, hogy $A^2 + 2A - 2I_2 = O_2$, ahol $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p b) Oldd meg a $\det(A - xI_2) = 0$ egyenletet!
- 5p c) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ értéket úgy, hogy $B^2(a) = 3I_2$.
2. A $(2, \infty)$ valós intervallumon értelmezzük az $x \circ y = xy - 2(x + y) + 6, \forall x, y \in (2, \infty)$ képlettel egy műveletet.
- 5p a) Mutasd ki, hogy $x \circ y = (x - 2)(y - 2) + 2, \forall x, y \in (2, \infty)$.
- 5p b) Határozd meg a szimmetrizálható elemek halmazát az adott műveletre nézve.
- 5p c) Oldd meg az $x \circ x \circ x = 29$ egyenletet!

III. TÊTEL

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 2x - 6}{x - 3}$ függvény.
- 5p a) Mutasd ki, hogy $f'(x) = \frac{x(x-6)}{(x-3)^2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- 5p b) Írd fel az f függvény aszimptotájának egyenletét a $+\infty$ -ben!
- 5p c) Mutasd ki, hogy $f(x) \geq 14, \forall x > 3$.
2. Adott az $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x(1+\ln x)}$ függvény.
- 5p a) Mutasd ki, hogy $\int_1^2 \frac{1+\ln x}{x} \cdot f(x) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Mutasd ki, hogy az f függvény bármely primitív függvénye szigorúan növekvő az $(1, \infty)$ intervallumon!
- 5p c) Határozd meg az $a \in [1, \infty)$ értéket úgy, hogy $\int_1^a f(x) dx = \ln 2$.